Errata und Ergänzungen

zum Skriptum „Mathematische Methoden der Theoretischen Physik “

Notation: „Z. 4“ meint: 4. Zeile, „Z. 4 v.u.“ meint: 4. Zeile von unten; Leerzeilen werden nicht mitgezählt.

Eingefügte bzw. korrigierte Wörter sind manchmal *kursiv* gesetzt.

Die Seiten- und Zeilenzahlen beziehen sich auf das gedruckte und gebundene Skriptum.

S. 14, Ergänzung nach der vorletzten Zeile:
„(Man kann λ noch allgemeiner definieren, d. h. auf einem σ-Körper, der größer ist als der Borelkörper; davon werden wir hier keinen Gebrauch machen.)“

S. 17, Def. 1.2.11: Die erste Zeile muß lauten:

$$\mathcal{L}^2(\mathbb{R}) := \left\{ f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C};\ f \text{ meßbar},\ \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2\, dx < \infty \right\}$$

S. 19, Z. 4: „Hewitt *and* Stromberg“.

S. 19, nach Z. 3, ergänzende Fußnote: „Man kann beweisen, daß es Mengen in $\mathbb{R}$ gibt, die nicht λ-maßbar sind. Ihre Konstruktion ist kompliziert, und man kann zeigen, daß man sie nur mithilfe des Zermelo'schen Auswahlaxioms konstruieren kann. (Siehe Hewitt and Stromberg, p. 136.)“

S. 22, Z. 6: „…$\mathcal{D}$ endliche *lineare* Menge…“.

S. 24, Z. 17: „…Einheitsoperator, *der* jeden …“.

S. 32, Z. 4, Einfügung: „…Länge L, *sie schwinge in einer Ebene*, ihre…“.

S. 32, Z. 8: Einfügung: „…$K = k\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$, $k > 0$. Hierbei …“

S. 32: In Gl. (1.11) und an weiteren sieben Stellen bis zum Ende des Abschnitts ist $2n\pi/L$ zu ersetzen durch $n\pi/L$.

S. 32, Z. nach Gl. (1.11): Der erste Satz „Wegen der … auf.“ ist zu ersetzen durch „Damit die Funktion $\xi(t,x)$ in allen Punkten, auch den Endpunkten $x = 0$ und $x = L$, durch die Fourier-Reihe dargestellt wird, muß sie auch in den Randpunkten stetig differenzierbar sein. Das läßt sich erreichen, indem sie in das Intervall $[-L, 0]$ antisymmetrisch fortgesetzt wird: $\xi(t,x) := -\xi(t,-x)$ für $x \in [-L, 0]$, und dann als $2L$-periodische Funktion betrachtet wird (daher der Faktor $2\pi/(2L) = \pi/L$ im Argument des Sinus). In der Fourier-Reihe einer antisymmetrischen Funktion treten keine Cosinus-Terme auf.“

S. 33: In der letzten Gleichung fehlt der Faktor κ, richtig:

$$\frac{\partial}{\partial t}\xi(0,x) = \kappa \sum ik(c_{1k} - c_{2k}) \sin \frac{2k\pi}{L} x \,.$$

S. 39: Ergänzung am Ende der Seite nach der Mehrfachgleichung:
„(Die Faltung haben wir im Lemma 1.2.17 verwendet, um eine Funktion zu glätten.)“

S. 42, Z. 16 v.u.: korrigiertes Vorzeichen:

$$= \frac{2\pi i}{k} \cos k\pi - \frac{2i}{k^2} \sin k\pi \,.$$

S. 50, Gl. (5.2): Differential dt statt dz im Integral.

S. 56, Z. 6 v.u.: „gegebenenfalls“ statt „gegbenenfalls“.

S. 57, Z. 4 v.u.: $\forall f \in \mathcal{S}$ statt $\forall f \in \mathcal{S}'$.

S. 58, Z. 15 v.u., Ergänzung in der Klammer: „P steht für ‘principal value’.“

S. 58, letzte Zeile: $\pm\varepsilon$ statt $\pm a$.

S. 60, Ergänzung nach Def. 3.2.1:
„Wenn $f_\alpha \longrightarrow f$ in der Topologie von $\mathcal{S}$ gilt, dann folgt natürlich auch $f'_\alpha \longrightarrow f'$; daher ist, weil $T \in \mathcal{S}'$ ein stetiges Funktional ist, auch das so definierte T' stetig, $T' \in \mathcal{S}'$.“

S. 61, Z.4: Semikolon statt Komma: „wenn $\lambda > -1$ ist;“ statt „wenn $\lambda > -1$ ist,“

S. 63, Z. 2/1 v.u.: „wende die Methode von Lemma 1.2.17 an.“ statt „wende dann Lemma 1.2.17 an.“

S. 64, Z. 10: „wo f in einer Umgebung $= 0$ ist“ statt „wo $f = 0$ ist“.

S. 66, Z. 3: Betragsstriche in der Formel fehlen, richtig:

$$\frac{\varepsilon'}{2q_N(f)} |T(f)| < 1$$

S. 70, Z. 4: „Wachstumseigenschaften“ statt „Abfalleigenschaften“.

S. 73, in der Definition von $\mathcal{Z}$: „$\{\ \ldots$ und erfüllt die Bedingung $(*)\ \forall\, n = 0, 1, 2, \ldots\}$ “.

S. 74, $\tilde{f}$ statt f in der Gleichung in Def. 3.4.3:

$$(\mathcal{F}T)(\tilde{f}) = T(\mathcal{F}^{-1}\tilde{f}) \,, \quad \tilde{f} \in \mathcal{S} \,.$$

S. 79, Z. 5, Fußnote zu L^2: „Genau: $L^2 = \frac{1}{\sin\vartheta}\, \partial_\vartheta(\sin\vartheta\, \partial_\vartheta) + \frac{1}{sin^2\vartheta}\, \partial^2_\varphi$.“

S. 79, Z. 2 v.u.: φ statt ϕ: „$d\Omega = \sin\vartheta\, d\vartheta d\varphi$“.

S. 82, Gl. (5.3): „$\lim_{\alpha\to 0}$“ statt „$\lim_{\alpha\to\infty}$“.

S. 82, Z. 7 v.u., Einfügung: „konsistente *Definition* ist, $\delta(a\,\cdot\,) = \lim_{\alpha\to 0} T_{d_\alpha}$.“

S. 99, Z. 11: an zwei Stellen $\|Q_1\psi_y\|$ statt $\|Q\psi_y\|$.

S. 100, Ergänzung in Zeile 9: „(Aber Vorsicht: $\lim\psi_\alpha = 0$ muß $\lim A\psi_\alpha = 0$ zur Folge haben!)“

S. 100, Fußnote zu Zeile 9: „Für einen linearen Operator A gilt $A\sum\psi_n = \sum A\psi_n$ für *endliche* Summen; das gilt, wenn A unbeschränkt ist, im allgemeinen aber nicht für unendliche Summen, denn unbeschränkte Operatoren sind überall unstetig.“

S. 105, Z. 14 und 15 v.u.: an drei Stellen „$\mathcal{D}_A$“ statt „D_A“.

S. 105, Gl. (3.7): $A\subset A^*$ statt $A\subset\mathcal{A}^*$

S. 108, Fußnote zu Z. 2: „Ein solches Produkt tritt bei der Definition des Drehimpulses auf: $\vec{L} = \vec{Q}\times\vec{P}$, in Komponenten: $L_i = Q_k P_l$, (i,k,l) zyklisch. Aber für $k\neq l$ vertauschen P_k und Q_l.“

S. 108, Zeilen 5 bis 8 sollen lauten:
„Beweis: In der Schwarzschen Ungleichung $|(\varphi,\psi)|\leq\|\varphi\|\;\|\psi\|$ gilt Gleichheit für $\psi=\varphi$, und daher kann man die Norm auch durch

$$\|\varphi\| = \sup\{|(\varphi,\psi)|;\;\|\psi\|\leq 1\} \tag{3.18}$$

darstellen. Angewandt auf $\|A\psi\|$ folgt“

S. 109, Zeile 12 soll lauten:
„folgt $\|P\|\leq 1$, und weil $P\neq 0$, gibt es ein ψ, so daß $\varphi = P\psi\neq 0$, damit wird der Wert 1 erreicht: $\|P\varphi\| =$“

S. 110, Ergänzung nach Z. 9 v.u.:
„(Selbstadjungierte) Projektoren können auch als Observablen auftreten: als Fragen. Wenn die Zustände, in denen einen Eigenschaft $\mathcal{E}$ gilt, durch Vektoren eines Unterraums $P\mathcal{H}$ gegeben sind, ist P die Observable für die Frage: „Liegt $\mathcal{E}$ im Zustand ψ vor?“ Wenn $P\psi=\psi$, ist die Antwort „ja“, wenn $P\psi = 0$, dann „nein“. Die Quantenmechanik läßt auch die Antwort „jein“ zu: genauer, die Antwort „ja mit Wahrscheinlichkeit α“, wenn $\langle P\rangle_\psi = \alpha$. “

S. 114, Z. 12 v.u. am Zeilenende: $|\Phi(\psi)|$ statt Φ.

S. 116, Fußnote am Ende von Z. 12: „Bedeutung in der Quantenmechanik: wenn die Observable A positiv ist, gilt $\langle A\rangle_\varphi$ für alle φ, d. h. alle Meßwerte sind positiv.“

S. 117, letzte Zeile: $\|A_N\psi\|^2 = \ldots$ statt $\|A_n\psi\|^2 = \ldots$

S. 120, Z. 10: $H = \frac{1}{2m}P^2 + V(Q)$ statt $H = -\frac{1}{2m}P^2 + V(Q)$

S. 121, Z. 7 v.u., Einschub nach „ist“: „siehe die erste Gleichung (5.7),“

S. 121, Fußnote am Ende von Zeile 3 v.u.:
„Wir zeigen in Kürze, daß für alle $\psi \in \mathcal{D}(H)$ gilt: $\langle H \rangle_\psi \leq \langle H \rangle_{\varphi_0}$.“

S. 122, Ergänzung nach Zeile 4:
„Weiterhin folgt, daß $H = \sum_{n=0} \infty(2n+1)P_{\varphi_n}$, $\varphi_n = (a^+)^n\varphi_0$. Jedes ψ läßt sich nach den φ_n entwickeln, $\psi = \sum \alpha_n\varphi_n$, Œ$\|\psi\|^2 = \sum |\alpha_n|^2 = 1$, daher ist $\langle H \rangle_\psi = \sum |\alpha_n|^2(2n+1) \leq \langle H \rangle_{\varphi_0}$.“

S. 124. Z. 15 v.u.: $\langle Q \rangle_\varphi = x_0$ statt $\langle Q \rangle_\varphi = 0$

S. 125, Z. 3 v.u., Ergänzung: „… rechte Seite *der Ungleichung in Satz 4.5.13* nie ldots“

S. 131, Ergänzung nach Ende des Beweises: „Für unitäre Operatoren, $U^* = U^{-1}$, gilt der Satz analog; statt $\mathbb{R}$ lese man $C_1 = \{z \in \mathbb{C};\ |z| = 1\}$ (und statt $\Im z \neq 0$: $z \notin C_1$).“

S. 132, Ergänzung zu Z. 7 v.u.: „regulärer Punkt, denn $(A - \lambda\mathbb{1})^{-1}$ ist beschränkt auf $\mathcal{W}_{A-\lambda 1}$ und dieser Bereich ist dicht in $\mathcal{H}$, weil L.H.$\bigcup_n P_n\mathcal{H} \subset \mathcal{W}_{A-\lambda 1}$. “

S. 133, Z. 7, Einfügung nach „von A.“:
„Wir nehmen Œwieder an, daß $\sum P_n = \mathbb{1}$ ist. Weiterhin sei Œ$a_n < a_{n+1}$, n durchlaufe eine Indexmenge I, z. B. auch $I = \mathbb{Z}$.“

S. 133, Z. 8: $Q_k := \sum_{n \leq k} P_n$ statt $Q_k := \sum_{n=1}^k P_n$

S. 133, Z. 9, Einfügung nach „ein.“:
„Das ist eine wachsende Schar von Projektoren; ihre Unterräume sind ineinander geschachtelt und schöpfen ganz $\mathcal{H}$ aus.“

S. 133, Z. 15 v.u.: Semikolon nach „$a_{k-1} < x < a_k$ ist“und Einfügung:
„bei a_k macht $e(x)$ einen sprung der Größe $q_k - q_{k-1}$.“

S. 135, Z. 9, Einfügung nach der Gleichung: „(das folgt aus der Eigenschaft (2) von Definition 4.6.16)“

S. 135, Z. 13 soll lauten:
„Sei $Z_1 = \{\lambda_i\}$, $Z = \{\lambda_{ik}\}$ mit $\lambda_{i-1} < \lambda_{ik} \leq \lambda_i,\ k = 1, \ldots, m,\ \lambda_{i,m} = \lambda_i,\ \lambda_{i,0} = \lambda_{i-1}$.“

S. 136, Z. 4: $\Delta = \mathbb{R}$ statt $I = \mathbb{R}$

S. 136 und 137, in den Gleichungen (6.22) und (6.23): $\delta(\lambda - \lambda')d\lambda'$ statt $\delta(\lambda - \lambda')d\lambda$

S. 138, Z. 6 Einfügung: „viele *disjunkte* Intervalle“

S. 138, Z. 15: im dritten Ausdruck muß es heißen: „$G_r = \{x;\ x > a\}$“

S. 140, Ergänzung nach dem Beweis:
„Für $E < -V_0$ gibt es keine Eigenwerte, diese Werte liegen aber auch nicht im konti-

nuierlichen Spektrum von H, sondern in $\mathsf{P}(H)$. Denn $\frac{1}{2m}P^2$ ist ein positiver Operator, also ist $H > -V_0$, folglich $H - E > -V_0 - E > c > 0$ nach Voraussetzung. Daraus folgt $0 < c < (\varphi, (H-E)\varphi) \leq \|\varphi\| \, \|(H-E)\varphi\|$, und das impliziert nach Satz 4.6.3, daß $E \notin \operatorname{Sp} H$."

S. 142, Druckfehler:

Z. 11 v.u.: „Quasipolynomen" statt „ Quasipolynomn"
Z. 9 v.u.: falsche Trennung
Z. 7 v.u.: „als" statt „al"

S. 144, Ergänzung nach Lemma 4.7.2: „Weil alle auftretenden Operatoren beschränkt sind, entfällt im folgenden die Unterscheidung zwischen symmetrisch und selbstadjungiert. "

S. 151, Z. 4 v.u.: $A = \int \lambda \, dE_\lambda$ statt $A = \lambda \, dE_\lambda$

S.153, Z. 5 und 6 sollen besser lauten:

$$\|\psi_\Delta\| = \left(\int_\Delta |f(\lambda)|^2 \, d(\psi, E_\lambda \psi) \right)^{\frac{1}{2}} \leq \|A_f{}^* \psi\|$$

unabhängig von Δ, der Limes $\Delta \to \mathbb{R}$ ist also möglich und somit $\psi \in \mathcal{D}_{A_f}$. ■

S. 153, Z. 3 v.u., Einfügung: „gibt es eine *Zerlegung der Einheit, seine* Spektralschar"

S. 154, Z. 8 v.u., Einfügung: „Die Abbildung $A \mapsto U$ ist … "

S. 156, Z. 13, Einfügung: „ein beschränkter Operator, *definiert auf ganz* $\mathcal{H}$, und das heißt … "

S. 158, Ergänzung nach Satz 4.9.1:
„Eine operatorwertige Funktion $R(z)$ über $\mathbb{C}$ heißt analytisch, wenn alle Matrixelemente $(\varphi, R(z)\varphi)$ analytische Funktionen sind; das ist gleichbedeutend damit, daß $R(z)$ komplex differenzierbar ist und sich als Potenzreihe in z darstellen läßt."

S. 168, Z. 13: „Wahrscheinlichkeitsdichte" „Wachrscheinlichkeitsdichte"

S. 169: die Zeilen 8 v.u. bis 6 v.u. sind zu ersetzen: Seien $\{e_k;\ k \in I_1\}$ und $\{f_k;\ k \in I_2\}$ orthogonale Basen von $\mathcal{H}_1$ bzw. $\mathcal{H}_2$, wobei I_1 und I_2 endliche oder unendliche Indexmengen sein können. Dann ist

$$\begin{aligned} \{e_k,\ f_l;\ k \in I_1, l \in I_2\} &\quad \text{orthogonale Basis von} \quad \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2\,, \\ \{e_k \otimes f_l;\ k \in I_1, l \in I_2\} &\quad \text{orthogonale Basis von} \quad \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2\,. \end{aligned}$$

S. 169, Z. 5 v.u.: „(endliche)" ist zu streichen.

S. 173, Einfügung nach Z. 9: Die Abbildung ist eindeutig umkehrbar denn die für die rechte Seite geforderten Äquivalenzrelationen (die Gleichungen vor (10.5)) gelten trivialerweise auch für die linke Seite.

S. 175, Z. 13 v.u.: „des Hilbertraums“ statt „des Hilbertraum“

S. 176, Z. 13 v.u.: „$a\varphi_0 = 0$“statt „$a\varphi_0$“