Universität Göttingen
Fakultät für Physik

Juniorprof. Dr. V. Meden

WS 2005/2006 **Vorkurs: Mathematische Methoden der Physik** 9. Übungsblatt

Aufgabe 47: Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_i und auf 1 normierten Eigenvektoren $\vec{v}_i$ der symmetrischen Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} .$$

Überprüfen Sie, daß die λ_i und $\vec{v}_i$ $(i = 1, 2)$ tatsächlich die Gleichung $\mathbf{A}\vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i$ erfüllen.

Aufgabe 48: Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_i der symmetrischen Matrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Wie Sie sehen werden, tritt einer der Eigenwerte doppelt auf. Bestimmen Sie drei zueinander orthogonale, auf 1 normierte Eigenvektoren. Überprüfen Sie, daß die λ_i und $\vec{v}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ tatsächlich die Gleichung $\mathbf{B}\vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i$ erfüllen.

Aufgabe 49: $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ seien zwei beliebige 3×3-Matrizen. Zeigen Sie, daß

a) $\det(c\mathbf{A}) = c^3 \det(\mathbf{A})$ gilt, mit $c \in \mathbb{R}$

b) $\det(\mathbf{A}) = 0$ gilt, wenn eine Zeile von $\mathbf{A}$ nur Nullen enthält

c) $\det(\mathbf{C}) = -\det(\mathbf{A})$, wenn $\mathbf{C}$ aus $\mathbf{A}$ durch das vertauschen zweiler Zeilen hervorgeht.

d) Finden Sie ein einfaches Beispiel welches belegt, daß $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \neq \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$

Aufgabe 50: Bestimmen Sie die Determinanten der Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{A}^{-1}$ aus Aufgaben 43 und 46.