Universität Göttingen
Fakultät für Physik

Juniorprof. Dr. V. Meden

WS 2005/2006 **Vorkurs: Mathematische Methoden der Physik** 7. Übungsblatt

Aufgabe 34: Gegeben seien die zweidimensionalen Vektoren $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2, \vec{b} = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{c} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

a) Bestimmen Sie $\vec{a} + \vec{b},\ \vec{a} - \vec{b},\ 2\vec{a},\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c},\ \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

b) Drücken Sie $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ durch ihre Länge und Polarwinkel aus.

c) Berechnen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{c}$ und $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

d) Welchen Winkel schließen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

e) Finden Sie μ und ν in der Zerlegung $\vec{c} = \mu\vec{a} + \nu\vec{b}$.

Aufgabe 35: Die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ seien alle senkrecht zueinander und $\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$. Drücken Sie α, β und γ als Skalarprodukte aus.

Aufgabe 36: Sei $\vec{a} = 3\vec{e}_x - \vec{e}_y$ und $\vec{b} = 2\vec{e}_x + \vec{e}_y - 3\vec{e}_z$. Schreiben Sie $\vec{b}$ als Summe eines Vektors parallel zu $\vec{a}$ und eines Vektors senkrecht zu $\vec{a}$.

Aufgabe 37: Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \qquad \vec{b} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Berechnen Sie $\vec{a} \times \vec{b}$ sowie $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$.

Aufgabe 38: $\vec{a}(x)$ sei eine vektorwertige Funktion mit fester Länge $|\vec{a}(x)| = \text{const.}$. Berechnen Sie $\vec{a}'(x) \cdot \vec{a}(x)$. Was bedeutet das Ergebnis anschaulich?

Aufgabe 39: Zeigen Sie, daß für eine vektorwertige Funktion $\vec{a}(x)$ mit dem Betrag (der Länge) $a(x) = |\vec{a}(x)|$

$$\vec{a}(x) \cdot \vec{a}'(x) = a(x)a'(x)$$

gilt.

bitte wenden

Aufgabe 40: Ein Körper bewege sich auf einer Bahn

$$\vec{x}(t) = \cos(\omega t)\vec{e}_1 + \sin(\omega t)\vec{e}_2 + v_z t\vec{e}_3$$

mit $\omega, v_z \in \mathbb{R}$. Was für ein geometrisches Objekt beschreibt diese Bahnkurve? Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ des Körpers zur Zeit t. Was ergibt sich im Spezialfall $v_z = 0$ für eine Bahnkurve? Was kann man mit Hilfe von Aufgabe 38 für $v_z = 0$ über die Beziehung zwischen dem Geschwindigkeits- und dem Ortsvektor lernen? Überprüfen Sie das gelernte durch explizite Rechnung. Welche Beziehung besteht in diesem Fall zwischen $\vec{x}(t)$ und $\vec{a}(t)$?