Universität Göttingen
Fakultät für Physik

Juniorprof. Dr. V. Meden

WS 2005/2006 **Vorkurs: Mathematische Methoden der Physik** 3. Übungsblatt

Aufgabe 12: Zeigen Sie mit Hilfe der Definitionsgleichung der Ableitung ($\lim_{h\to 0}\ldots$), daß für zwei differenzierbare Funktionen f und g die folgenden Regeln gelten:

a) $(f \pm g)' = f' \pm g'$

b) $(f\ g)' = f'\ g + f\ g'$

c) $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'\ g - f\ g'}{g^2}$

Aufgabe 13: Zeigen Sie mit Hilfe der Quotientenregel, daß die in der Vorlesung für $n \in \mathbb{N}$ bewiesene Relation $(x^n)' = nx^{n-1}$ auf $n \in \mathbb{Z}$ erweiterbar ist.

Aufgabe 14: Drücken Sie die Ableitung der Funktion f^{-1} an der Stelle $f(x)$ durch $f'(x)$ aus. Verwenden Sie dazu die Definitionsgleichung der Umkehrfunktion und die Kettenregel.

Aufgabe 15: Berechnen Sie die n-te Ableitung der Funktionen

a) $f(x) = \frac{1}{1-x}$

b) $f(x) = \sqrt{1+x}$

an der Stelle $x = 0$.

Aufgabe 16: Bestimmen Sie die Koeffizienten a_0, a_1, a_2, a_3 so, daß das Polynom $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ an der Stelle $x = 0$ denselben Wert und diesselben ersten, zweiten und dritten Ableitungen hat, wie eine gegebene Funktion $f(x)$. Was ergibt sich speziell für die beiden Funktionen aus Aufgabe 15?

Aufgabe 17: Bestimmen Sie Stammfunktionen $F(x)$ zu den folgenden Funktionen $f(x) = F'(x)$

a) $f(x) = Ax^2 + Bx + C$

b) $f(x) = (ax + b)^n$

c) $f(x) = 2x(1 + x^2)^n$

d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}\ , \quad x < 1$