

**Aufgabe 6:** Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen sowohl mit Hilfe der Definition ( $\lim_{h \rightarrow 0} \dots$ ), als auch unter Verwendung der in der Vorlesung behandelten Differentiationsregeln

a)  $f(x) = \frac{x}{1-x}$

b)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

**Aufgabe 7:** Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel die Ableitungen der folgenden Funktionen

a)  $f(x) = \left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2$

b)  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right)$

c)  $f(x) = \sqrt{1 + \cos(x^2)}$

**Aufgabe 8:** Finden Sie durch implizite Differentiation die Ableitung  $dy/dx$  der durch Gleichungen der Form  $F(x, y) = 0$  definierten Funktionen

a)  $x^2y + xy^2 - 6 = 0$

b)  $x + \tan(xy) = 0$

Vergleichen Sie mit der direkten Rechnung, falls es Ihnen gelingt, die Gleichung nach  $y$  aufzulösen.

**Aufgabe 9:** Bestimmen Sie zu den folgenden Funktionen  $f$  die Umkehrfunktion und skizzieren Sie diese

a)  $f(x) = x^2 + 1$  ;  $x \geq 0$

b)  $f(x) = x^2$  ;  $x \leq 0$

Berechnen Sie  $df/dx$  für  $x = a \in \mathbb{D}$  und  $df^{-1}/dx$  an der Stelle  $f(a)$  und zeigen Sie, daß das Produkt aus beiden Größen gleich 1 ist. **bitte wenden**

**Aufgabe 10:** Die Umkehrfunktion der Sinusfunktion  $\sin x$  mit  $\mathbb{D} = [-\pi/2, \pi/2]$  wird  $\arcsin x$  genannt. Berechnen Sie  $(\arcsin x)'$ . Berechnen Sie  $(\arccos x)'$ , wenn der Kosinus auf das Intervall  $[0, \pi]$  beschränkt ist.

**Aufgabe 11:** In den Teilaufgaben gehen wir jeweils von folgender Situation aus: Wir ziehen  $n$ -mal aus einer Urne mit  $N$  Kugeln, auf denen die natürlichen Zahlen von 1 bis  $N$  stehen. Bestimmen Sie die Zahl der möglichen Ergebnisse der Ziehung,

- a) wenn wir die gerade gezogene Kugel wieder in die Urne zurücklegen und die Reihenfolge der gezogenen Zahlen eine Rolle spielt,
- b) wenn wir die gerade gezogene Kugel nicht wieder in die Urne zurücklegen und die Reihenfolge der gezogenen Zahlen eine Rolle spielt
- c) und wenn wir die gerade gezogene Kugel nicht wieder in die Urne zurücklegen und die Reihenfolge der gezogenen Zahlen keine Rolle spielt.