

Übungen zur Thermodynamik und Statistik

Dieses Präsenzübungsblatt steht nochmal ganz im Zeichen von C Programmierung und Zufallszahlenerzeugung. Wenn Sie sich trotz C Kurs noch nicht ganz sicher fühlen, nutzen Sie die Präsenzübung um Fragen zu stellen.

Wie auch schon bei Blatt 1, sind die Programme von Blatt 2 leichte Modifikationen des in der Präsenzübung besprochenen Programms, sollten daher also keine große Schwierigkeiten bereiten.

Aufgabe 3: (Monte Carlo Integration)

Gegeben sei eine Funktion f , die im Intervall $[0, x_0]$ nicht-negativ und beschränkt sei. Sei $(x_{\max}, y_{\max} = f(x_{\max}))$ das Maximum der Funktion.

- Seien X, Y Zufallsgrößen, die in $[0, x_0]$ und $[0, y_0]$ gleichverteilt sein. Wie sehen die Dichten $p_X(x)$ und $p_Y(y)$ aus?
- Sei nun $y_0 \geq y_{\max}$. und $H(x, y) \equiv \Theta(f(x) - y)x_0y_0$. (mit $\Theta(x) = 1$ für $x \geq 0$ und $\Theta(x) = 0$ sonst.) Was ergibt sich für den Erwartungswerte $\langle H \rangle_{X,Y}$, $\langle H^2 \rangle_{X,Y}$ und für die Varianz $\text{Var}(H) = \langle H^2 \rangle_{X,Y} - \langle H \rangle_{X,Y}^2$?
- Sei nun $f(x) \equiv -x^2 + 2x + 1$ und $x_0 = 2$. Wie lautet (x_{\max}, y_{\max}) und was ergibt sich für $\langle H \rangle_{X,Y}$?
- Erstellen Sie ein kurzes C Programm, das das Integral $\int_0^2 f(x)dx$ näherungsweise für obige Funktion durch Erzeugung von jeweils N Zufallszahlen ausrechnet, die gemäß $p_X(x)$ und $p_Y(y)$ verteilt sind. Das Programm soll in der folgenden Form aufrufbar sein:

```
integrate <N> <y0>
```

Das Programm sollte N und den Wert des Integrals ausgeben.

- Angenommen, Sie lassen das Program für $y_0 = 1, 2, 20$ für jeweils $N = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ laufen. Was würden Sie beobachten und wie erklären Sie es sich?
- Wie müssten Sie das Programm abändern um die Fläche des Einheitskreises (also π) näherungsweise zu berechnen?