4. Aktivator
Statistische Mechanik ungeordneter Systeme

Aufgabe 1: *Sattelpunktsintegration 1*

Berechnen Sie das Integral

$$I = \int_a^b dx\, f(x) e^{Ng(x)}$$

asymptotisch für $N \to \infty$, wenn das absolute Maximum der Funktion $g(x)$ an der Stelle $x = a$ liegt.

Aufgabe 2: *Sattelpunktsintegration 2*

Sei $g(x) = -\frac{\tau}{2}x^2 - x^4$. Berechnen Sie

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{Ng(x)}$$

asymptotisch für $N \to \infty$ in Abhängigkeit von dem Parameter $\tau \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3: *Entropie der replikasymmetrischen Spinglases*

Berechnen Sie die Entropie $S = -\partial F/\partial T$ der replikasymmetrischen Lösung des Spinglasproblems für $T \to 0$.

Aufgabe 4: *Replikamethode*

Sei $Z \geq 0$ eine Zufallsvariable mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $P(Z) = Ze^{-Z^2/2}$. Berechnen Sie den Mittelwert $\overline{\ln Z}$ mit Hilfe der Replikamethode, d.h. $\overline{\ln Z} = \lim_{n\to 0} \frac{1}{n} \ln \overline{Z^n}$. Warum ist die Methode in diesem Fall unproblematisch, im Gegensatz zum Spinglasproblem?